

Wymagania edukacyjne z matematyki w klasie drugiej poziom rozszerzony

Wstęp

Plan jest wykazem wiadomości i umiejętności, jakie powinien mieć uczeń ubiegający się o określone oceny na poszczególnych etapach edukacji w liceum lub w technikum.

Wymagania stawiane przed uczniem podzielono na trzy grupy:

- Wymagania podstawowe (zawierają wymagania konieczne);
- Wymagania dopełniające (zawierają wymagania rozszerzające);
- Wymagania wykraczające.

Wymagania wykraczające zawierają w sobie wymagania dopełniające, te zaś zawierają wymagania podstawowe.

Ocenę dopuszczającą powinien otrzymać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych, zaś ocenę dostateczną – uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60% wymagań podstawowych.

Ocenę dobrą powinien otrzymać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających, zaś ocenę bardzo dobrą – uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

Ocenę celującą powinien uzyskać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

1. Funkcja liniowa

Tematyka zajęć:

- Proporcjonalność prosta
- Funkcja liniowa. Wykres funkcji liniowej
- Miejsce zerowe funkcji liniowej. Własności funkcji liniowej
- Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych o współczynnikach kierunkowych różnych od zera
- Zastosowanie wiadomości o funkcji liniowej w zadaniach z życia codziennego
- Równanie liniowe i nierówność liniowa z jedną niewiadomą
- Równania i nierówności z wartością bezwzględną
- Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem
- Zastosowanie układów równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych
- Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi i jej interpretacja geometryczna. Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi
- Zastosowanie układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi do rozwiązywania zadań

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;– potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;– rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;– zna pojęcie funkcji liniowej;– potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej;– potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;– potrafi na podstawie wykresu funkcji liniowej (wzoru funkcji) określić monotoniczność funkcji;– potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;– potrafi przeprowadzić dowód warunku na prostopadłość wykresów funkcji liniowych o współczynnikach różnych od zera;– potrafi rozwiązywać zadania z wartością bezwzględną i parametrem dotyczące własności funkcji liniowej;– potrafi rozwiązywać równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną i interpretować je graficznie;– potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami);	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– rozwiązuje zadania nietypowe o podwyższonym stopniu trudności.

<p>argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; – potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji; – wie, że współczynnik kierunkowy a we wzorze funkcji $y = ax + b$ oznacza tangens kąta nachylenia wykresu funkcji liniowej do osi OX; – wie, że współczynnik kierunkowy a we wzorze funkcji liniowej $y = ax + b$ wyraża się wzorem $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, gdzie $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ są punktami należącymi do wykresu tej funkcji; – potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach (np. takiej, której wykres przechodzi przez dwa dane punkty; jest nachylony do osi OX pod danym kątem i przechodzi przez dany punkt); – potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie; – potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji; – potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY; – potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne); – potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu; – potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyznaczyć wszystkie wartości parametru, dla których zbiorem rozwiązań nierówności liniowej z parametrem, jest podany zbiór; – potrafi rozwiązywać układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą wyznacznikową; – potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi z parametrem, stosując metodę wyznacznikową; – potrafi rozwiązać układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną oraz zinterpretować go graficznie; – potrafi wykreślać w prostokątnym układzie współrzędnych zbiory punktów opisane równaniem, nierównością, układem równań lub układem nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną; – potrafi stosować wiedzę o układach nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi do rozwiązywania zadań („programowanie liniowe”). 	
---	--	--

<p>przez punkt o danych współrzędnych;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; – potrafi określić, na podstawie wzorów dwóch funkcji liniowych, wzajemne położenie ich wykresów; – potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć); – potrafi rozwiązać równanie liniowe z jedną niewiadomą; – potrafi rozwiązać nierówność liniową z jedną niewiadomą i przedstawić jej zbiór rozwiązań na osi liczbowej; – potrafi rozwiązać układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą; – potrafi interpretować graficznie równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą; – potrafi rozwiązywać algebraicznie proste równania i nierówności z wartością bezwzględną i interpretować je graficznie np. $x - 2 - 1 = 3$, $x + 4 > 2x + 3$; – zna pojęcia równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; – wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta; – zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; – potrafi rozpoznać układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną; – potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do 		
--	--	--

<p>układów równań liniowych;</p> <p>– zna pojęcie nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi i potrafi interpretować geometrycznie taką nierówność;</p> <p>– potrafi przedstawić na płaszczyźnie z prostokątnym układem współrzędnych, zbiór tych wszystkich punktów, których współrzędne spełniają dany układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi;</p> <p>– potrafi opisać daną figurę geometryczną (np. kąt, trójkąt, czworokąt) przedstawioną w prostokątnym układzie współrzędnych, za pomocą odpowiedniego układu nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi;</p>		
---	--	--

2. Funkcja kwadratowa

Tematyka zajęć:

- Własności funkcji kwadratowej $y = ax^2$
- Wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
- Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
- Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej
- Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu
- Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
- Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne
- Równania kwadratowe
- Równania prowadzące do równań kwadratowych
- Nierówności kwadratowe
- * Równania i nierówności, w których niewiadoma występuje pod znakiem pierwiastka kwadratowego
- Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych
- Wzory Viète'a
- Równania i nierówności kwadratowe z parametrem
- Wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną

- Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
- Równania kwadratowe z wartością bezwzględną i parametrem

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, oraz omówić jej własności na podstawie wykresu; – zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej $y = ax^2 + bx + c$, gdzie $a \neq 0$; – zna wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej $y = a(x - p)^2 + q$, gdzie $a \neq 0$; – zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, gdzie $a \neq 0$; – zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją); – potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych; – potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej; – potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.); – interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieją); – potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej; – potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej; – potrafi rozwiązywać równania kwadratowe z wartością bezwzględną i parametrem; – potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne. 	<p>Uczeń</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyprowadzić wzory na miejsca zerowe funkcji kwadratowej; – potrafi wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności, w których niewiadoma występuje pod znakiem pierwiastka kwadratowego; – potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

<p>funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne);</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;– potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;– potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;– potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;– potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;– potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;– potrafi algebraicznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;– potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;– potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);– potrafi rozwiązywać równania z niewiadomą występującą pod znakiem pierwiastka stopnia parzystego, które można sprowadzić do równań kwadratowych;– potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem, w których jest mowa o własnościach funkcji kwadratowej;– potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisanego wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;– potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;– zna wzory Viète’a i ich zastosowanie;		
--	--	--

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi przekształcać wyrażenia, tak by można było obliczać ich wartości, stosując wzory Viète’a; – potrafi przekształcać wykresy funkcji kwadratowych, stosując poznane w klasie pierwsze przekształcenia, oraz napisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w danym przekształceniu; – potrafi szkicować wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną; – potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną; – potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności kwadratowe z parametrem. 		
--	--	--

3. Geometria płaska – czworokąty

Tematyka zajęć:

- Podział czworokątów. Trapezoidy
- Trapezy
- Równoległoboki
- Okrąg opisany na czworokącie
- Okrąg wpisany w czworokąt
- Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie
- Podobieństwo. Figury podobne
- Podobieństwo czworokątów

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – zna podział czworokątów; – potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu; – wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest	Uczeń: – umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt; – umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; – potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki	Uczeń: – umie udowodnić twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie; – potrafi rozwiązywać nietypowe

<p>równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów; – zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; – wie, jakie własności ma romb; – zna własności prostokąta i kwadratu; – wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; – zna własności deltoidu; – rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu; – zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań; – potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu; – korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.); – zna i rozumie definicję podobieństwa; – potrafi wskazać figury podobne; 	<p>przekątnych trapezu;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków; – potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności; – potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu; – potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta; – korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. 	<p>zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące czworokątów, czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, korzystając przy tym z wcześniej poznanych twierdzeń.</p>
--	--	---

4. Geometria płaska – pole czworokąta

Tematyka zajęć:

- Pole prostokąta. Pole kwadratu
- Pole równoległoboku. Pole rombu
- Pole trapezu
- Pole czworokąta – zadania różne
- Pola figur podobnych
- Mapa. Skala mapy

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;– zna wzory na pole równoległoboku; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące równoległoboków, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;– zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;– zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;– potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;– zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;– potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;– potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;– potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

5. Wielomiany

Tematyka zajęć:

- Wielomian jednej zmiennej rzeczywistej
- Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
- Równość wielomianów
- Podzielność wielomianów
- Dzielenie wielomianów. Dzielenie wielomianów z resztą
- Dzielenie wielomianu przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera
- Pierwiastek wielomianu
- Twierdzenie Bezouta
- Pierwiastek wielokrotny
- Rozkładanie wielomianów na czynniki
- Równania wielomianowe
- Zadania prowadzące do równań wielomianowych
- Równania wielomianowe z parametrem
- Funkcje wielomianowe
- Nierówności wielomianowe

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej; – potrafi wskazać jednomiany podobne; – potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej; – potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco); – potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej; – potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej; – potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów; – potrafi podzielić wielomian przez dwumian	Uczeń: – potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach; – potrafi udowodnić twierdzenie Bezouta; – zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; – potrafi udowodnić twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; – potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”); – potrafi rozwiązywać równania i nierówności	Uczeń: – potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

<p>$ax + b$;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian; – potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera; – potrafi rozpoznać wielomiany równe; – potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów; – potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu; – potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu; – zna twierdzenie Bezouta i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań; – zna twierdzenie o reszcie i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań; – potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian; – potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączenie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów, a także wówczas, gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta; – potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki wymienionych w poprzednim punkcie; – potrafi rozwiązywać proste zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące wielomianów, w których występują parametry; – zna definicję funkcji wielomianowej; – potrafi naszkicować przybliżony wykres funkcji wielomianowej na podstawie informacji o miejscach zerowych tej funkcji oraz znaku współczynnika przy 	<p>wielomianowe z wartością bezwzględną;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności wielomianów, w których występują parametry; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe z parametrem; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych; – potrafi udowodnić wzory Viète’a dla równania trzeciego stopnia. 	
---	---	--

najwyższej potędze zmiennej; – potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej).		
---	--	--

6. Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne. Funkcje wymierne

Tematyka zajęć:

- Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych
- Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych
- Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych
- Zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych
- Równania wymierne
- Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych
- Nierówności wymierne
- Równania i nierówności wymierne z parametrem
- Proporcjonalność odwrotna
- Funkcje wymierne
- Funkcja homograficzna
- Zastosowanie funkcji homograficznej w zadaniach

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej; – potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego; – potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie; – potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych; – potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową); – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem; – potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod.

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych; – potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych; – zna definicję równania wymiernego; – potrafi rozwiązywać proste równania wymierne; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych; – zna definicję nierówności wymiernej; – potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne; – wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną; potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności; – rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej; – zna definicję funkcji wymiernej; – potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej; – rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych; – zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax+b}{cx+d}, \text{ gdzie } c \neq 0 \text{ i } ad - cb \neq 0;$ <ul style="list-style-type: none"> – potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, gdzie $c \neq 0$ i $ad - cb \neq 0$, do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q;$ <ul style="list-style-type: none"> – potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej o równaniu $y = \frac{k}{x-p} + q$; – potrafi na podstawie wzoru funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$ określić 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną); – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem; – potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych; – potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem); – potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej; – potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej; – potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie; – potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji; – potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych. 	
---	---	--

<p>jej dziedzinę i zbiór wartości;</p> <p>– potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;</p> <p>– potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$;</p> <p>– potrafi przekształcać wykres funkcji homograficznej w S_{Ox}, S_{Oy}, $S_{(0,0)}$, przesunięciu równoległym o dany wektor;</p> <p>– potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej.</p>		
---	--	--

7. Ciągi

Tematyka zajęć:

- Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
- Monotoniczność ciągów
- Ciąg arytmetyczny
- Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- Ciąg geometryczny
- Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- Lokaty pieniężne i kredyty bankowe
- Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny – zadania różne
- Granica ciągu liczbowego
- Własności ciągów zbieżnych
- Ciągi rozbieżne do nieskończoności
- Szereg geometryczny
-

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń:	Uczeń:	Uczeń:

<ul style="list-style-type: none"> – zna definicję ciągu (ciągu liczbowego); – potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; – potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; – potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; – potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych; – potrafi sprawdzić, które wyrazy ciągu należą do danego przedziału; – potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości; – zna definicję ciągu arytmetycznego; – potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny; – potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; – zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego; – zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; – potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego; – zna definicję ciągu geometrycznego; – potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; – zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego; – zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; – potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego; 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym; – potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym; – wie, jaki ciąg liczbowy nazywamy ciągiem Fibonacciego; zna definicję rekurencyjną tego ciągu i wzór na wyraz ogólny; – potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; – potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; – potrafi udowodnić nierówność Bernoulliego; – zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; – potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu; – zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych; – potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych; – potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności; – potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym. 	<ul style="list-style-type: none"> – zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu; – wie, co to jest liczba e oraz potrafi obliczać granice ciągów z liczbą e. – potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach.
--	---	--

- | | | |
|---|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">– potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;– potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;– potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;– rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;– zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;– potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);– potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;– zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;– potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady);– potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne);– potrafi obliczać granice niewłaściwe ciągów rozbieżnych do nieskończoności (proste przykłady). | | |
|---|--|--|

8. Trygonometria

Tematyka zajęć:

- Miara łukowa kąta
- Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej
- Wykresy funkcji $y = \sin x$ oraz $y = \cos x$
- Wykresy funkcji $y = \operatorname{tg} x$ oraz $y = \operatorname{ctg} x$
- Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych
- Proste równania trygonometryczne
- Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy
- Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych
- Równania trygonometryczne
- Nierówności trygonometryczne

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wie, co to jest miara łukowa kąta; – potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta (zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie); – zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta i potrafi się nimi posługiwać w rozwiązywaniu zadań; – zna związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; – potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich; – zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach; – potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \sin x$ i omówić jej własności; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta); – potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej; – potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej; – potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: $y = f(x)$, $y = f(x)$, $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$, gdzie $s \neq 0$; – potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \cos x$ i omówić jej własności; – potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{tg} x$ i omówić jej własności; – potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{ctg} x$ i omówić jej własności; – potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu $(0, 0)$, przesunięcie równoległe o dany wektor) – potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach); – wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; – potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych; – zna wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; – zna wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; – zna wzory na sinus i cosinus kąta podwojonego kąta i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; – potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem poznanych wzorów. 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów; – potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z parametrem; – potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii. 	
---	--	--