

Wymagania edukacyjne z matematyki w klasie trzeciej poziom rozszerzony

Wstęp

Wymagania stawiane przed uczniem podzielono na trzy grupy:

- Wymagania podstawowe (zawierają wymagania konieczne);
- Wymagania dopełniające (zawierają wymagania rozszerzające);
- Wymagania wykraczające.

Wymagania wykraczające zawierają w sobie wymagania dopełniające, te zaś zawierają wymagania podstawowe.

Ocenę dopuszczającą powinien otrzymać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych, zaś ocenę dostateczną – uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60% wymagań podstawowych.

Ocenę dobrą powinien otrzymać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających, zaś ocenę bardzo dobrą – uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

Ocenę celującą powinien uzyskać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

1. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna

Tematyka zajęć:

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie
- Funkcja wykładnicza i jej własności
- Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej. Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wykresów funkcji wykładniczych
- Równania wykładnicze
- Nierówności wykładnicze
- Zastosowanie równań i nierówności wykładniczych w rozwiązywaniu zadań
- Logarytm – powtórzenie wiadomości
- Funkcja logarytmiczna i jej własności
- Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej
- Rozwiązywanie równań, nierówności oraz układów równań z zastosowaniem wykresu funkcji logarytmicznej
- Równania logarytmiczne
- Nierówności logarytmiczne
- Równania i nierówności logarytmiczno-wykładniczo-potęgowe
- Zastosowanie równań i nierówności logarytmicznych w rozwiązywaniu zadań
- Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – potrafi sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; – stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań; – zna definicję funkcji wykładniczej; – potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; – potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla	Uczeń: – potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną; – potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną; – potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem; – potrafi interpretować graficznie równania logarytmiczne z parametrem;	Uczeń: – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem; – potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym

różnych podstaw; – potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu; – potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (S_{Ox}, S_{Oy}, $S_{(0,0)}$, przesunięcie równoległe o dany wektor); – potrafi rozwiązywać graficznie równania, nierówności oraz układy równań z zastosowaniem wykresów funkcji wykładniczych; – zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej; – potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze; – potrafi obliczyć logarytm liczby dodatniej; – zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń; – zna definicję funkcji logarytmicznej; – potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji; – potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej; – potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; – potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu; – potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (S_{Ox}, S_{Oy}, $S_{(0,0)}$, przesunięcie równoległe o dany wektor); – potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności oraz układy równań z zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych; – potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne; – rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe,	– potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze oraz logarytmiczne z wartością bezwzględną; – potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych; – potrafi rozwiązywać równania wykładniczo-potęgowo-logarytmiczne; – potrafi dowodzić własności logarytmów; – potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy; – potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych i logarytmicznych (np. parzystość, nieparzystość, monotoniczność); – potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej; – potrafi stosować wiadomości o funkcji wykładniczej i logarytmicznej w różnych zadaniach (np. dotyczących ciągów, szeregów, trygonometrii, itp.).	stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych i logarytmicznych.
--	--	--

rozpad substancji promieniotwórczych itp.) – posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.		
--	--	--

2. Elementy analizy matematycznej

Tematyka zajęć:

- Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości o granicach ciągów
- Granica funkcji w punkcie
- Obliczanie granic funkcji w punkcie
- Granice jednostronne funkcji w punkcie
- Granice funkcji w nieskończoności
- Granica niewłaściwa funkcji
- Ciągłość funkcji w punkcie
- Ciągłość funkcji w zbiorze
- Asymptoty wykresu funkcji
- Pochodna funkcji w punkcie
- Funkcja pochodna
- Styczna do wykresu funkcji
- Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji
- Ekstrema lokalne funkcji
- Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale
- Badanie przebiegu zmienności funkcji
- Zadania optymalizacyjne

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – potrafi obliczać granice ciągów liczbowych; – zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie (definicja Heinego); – potrafi, posługując się definicją Heinego	Uczeń: – zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach; – potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie	Uczeń: – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności; – potrafi wyprowadzić wzory na

granicy funkcji w punkcie, wykazać, że granicą danej funkcji w danym punkcie jest pewna liczba lub wykazać, że granica funkcji w danym punkcie nie istnieje; – zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie; – potrafi obliczyć granicę właściwą i niewłaściwą funkcji w punkcie, korzystając z poznanych twierdzeń; – potrafi obliczyć granice jednostronne funkcji w punkcie; – potrafi obliczyć granice funkcji w nieskończoności; – zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie; – potrafi zbadać ciągłość danej funkcji w danym punkcie; – zna definicję funkcji ciągłej w zbiorze; – potrafi zbadać ciągłość danej funkcji w danym zbiorze; – potrafi wyznaczyć równania asymptot pionowych, poziomych oraz ukośnych wykresu funkcji wymiernej (o ile wykres ma takie asymptoty); – zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji; – zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie; – potrafi obliczyć pochodną funkcji w punkcie na podstawie definicji; – zna i rozumie pojęcie funkcji pochodnej; – potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów; – potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze); – potrafi wyznaczyć równanie stycznej do	i w zbiorze; – zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań (twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa); – potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze której występuje wartość bezwzględna (o ile asymptoty istnieją); – potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji; – zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji; – potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań; – potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna; – potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk opisanych wzorami funkcji wymiernych; – potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych.	pochodne funkcji.
--	--	--------------------------

wykresu danej funkcji; – potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej; – zna i rozumie warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej; – potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej; – potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym; – potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i narysować jej wykres; – potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych.		
--	--	--

3. Geometria analityczna

Tematyka zajęć:

- Wektor w układzie współrzędnych. Współrzędne środka odcinka
- Kąt między niezerowymi wektorami
- Równanie kierunkowe prostej
- Równanie ogólne prostej
- Kąt między prostymi
- Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi
- Pole trójkąta. Pole wielokąta
- Równanie okręgu. Nierówność opisująca koło
- Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna do okręgu
- Wzajemne położenie dwóch okręgów
- Jednokładność. Jednokładność w układzie współrzędnych

- Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań z geometrii analitycznej

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – stosuje informacje zdobyte w klasie pierwszej, dotyczące wektora w układzie współrzędnych, w rozwiązywaniu zadań; – potrafi wyznaczyć współrzędne środka odcinka; – potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców; – zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; – zna i potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; – zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów i potrafi je zastosować w zadaniach; – zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu; – potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dwa dane punkty oraz równanie kierunkowe prostej, znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który do należy tej prostej; – zna definicję równania ogólnego prostej; – potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; – zna i potrafi stosować w zadaniach warunek na równoległość oraz prostopadłość prostych danych równaniami kierunkowymi (ogólnymi); – potrafi obliczyć (korzystając z poznanych wzorów) miarę kąta, jaki tworzą dwie proste	Uczeń: – rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry; – rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności), w rozwiązaniach których sprawnie korzysta z poznanych wzorów; – potrafi rozwiązywać różne zadania dotyczące okręgów i kół w układzie współrzędnych, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki; – potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące okręgów i kół w układzie współrzędnych.; – stosuje rachunek pochodnych w rozwiązaniach zadań z geometrii analitycznej.	Uczeń: – potrafi wyprowadzić wzory na sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; – potrafi wyprowadzić wzory na tangens kąta utworzonego przez dwie proste dane równaniami kierunkowym (ogólnymi); – potrafi wyprowadzić wzór na odległość punktu od prostej; – potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności .

przecinające się; – zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej; – potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi: – potrafi obliczyć pole trójkąta oraz dowolnego wielokąta, gdy dane są współrzędne jego wierzchołków; – rozpoznaje równanie okręgu w postaci zredukowanej oraz w postaci kanonicznej; – potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do postaci kanonicznej (i odwrotnie); – potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; – potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; – rozpoznaje nierówność opisującą koło; – potrafi odczytać z nierówności opisującej koło współrzędne środka i promień tego koła; – potrafi napisać nierówność opisującą koło w sytuacji, gdy zna współrzędne środka i promień koła; – potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg; – potrafi narysować w układzie współrzędnych koło na podstawie danej nierówności opisującej koło; – potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń); – potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); – potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów		
--	--	--

wspólnych; – potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; – potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu; – potrafi napisać równanie okręgu opisanego na trójkącie, gdy dane ma współrzędne wierzchołków trójkąta; – potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach, parabole i okręgach; – zna pojęcie jednokładności o środku S i skali $k \neq 0$ (także w ujęciu analitycznym); – zna własności figur jednokładnych; – potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem jednokładności.		
--	--	--

4. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa

Tematyka zajęć:

- Reguła mnożenia i reguła dodawania
- Wariacje
- Permutacje
- Kombinacje
- Kombinatoryka – zadania różne
- Doświadczenie losowe
- Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
- Określenie prawdopodobieństwa
- Prawdopodobieństwo klasyczne
- Doświadczenia losowe wieloetapowe
- Prawdopodobieństwo warunkowe
- Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym
- Niezależność zdarzeń

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia; – zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji; – zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; – zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji; – umie rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów; – zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się; – potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu; – potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań; – zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa; – zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; – rozwiązuje zadania za pomocą drzewa stochastycznego; – zna określenie prawdopodobieństwa warunkowego i umie rozwiązywać proste zadania dotyczące takiego prawdopodobieństwa; – zna wzór na prawdopodobieństwo całkowite i potrafi go stosować w rozwiązaniach prostych zadań; – wie, jakie zdarzenia nazywamy niezależnymi; potrafi	Uczeń: – umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności; – umie udowodnić własności prawdopodobieństwa; – umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”; – zna i potrafi stosować wzór Bayesa; – wie i rozumie na czym polega niezależność n zdarzeń ($n \geq 2$).	Uczeń: – potrafi udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia warunki aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa; – potrafi udowodnić wzór na prawdopodobieństwo całkowite; – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.

zbadać, posługując się definicją, czy dwa zdarzenia są niezależne; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące niezależności zdarzeń.		
---	--	--

5. Elementy statystyki opisowej.

Tematyka zajęć:

- Podstawowe pojęcia statystyki. Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
- Średnia z próby
- Mediana z próby i moda z próby
- Wariancja i odchylenie standardowe

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna) itp.; – potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów oraz interpretować te dane; – potrafi określać zależności między odczytanymi danymi; – potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; – potrafi obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe z próby; – potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne.	Uczeń: – potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności.	

6. Geometria przestrzenna

Tematyka zajęć:

- Płaszczyzny i proste w przestrzeni
- Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę
- Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni
- Rzut prostokątny na płaszczyznę
- Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych
- Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny
- Graniastopy
- Ostrosłupy
- Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu
- Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów
- Przekroje wielościanów. Konstrukcje
- Przekroje wielościanów – zadania
- Bryły obrotowe. Pole powierzchni brył obrotowych
- Objętość brył obrotowych
- Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii przestrzennej

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni; – potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni; – potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni; – rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę; – umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny; – umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn; – rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny;	Uczeń: – potrafi wyznaczać przekroje wielościanów; – określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną; – potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (graniastopu, ostrosłupa, walca, stożka, kuli); – potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostrosłup wpisany w kulę; kula wpisana w stożek, ostrosłup opisany na kuli, walec wpisany w stożek itp.); – potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań;	Uczeń: – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń.

– zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych; – rozumie pojęcie kąta między prostą i płaszczyzną; – rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem “kąt liniowy kąta dwuściennego”; – zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa; – zna podział graniastosłupów; – umie narysować siatki graniastosłupów prostych; – zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa; – zna podział ostrosłupów; – umie narysować siatki ostrosłupów prostych; – potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów; – potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów; – potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta; – zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca; – rozumie określenie “przekrój osiowy walca”; – zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka; – rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz	– potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii; – wykorzystuje wiadomości z analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań ze stereometrii.	
--	---	--

oblicza miary tych kątów; – zna określenie kuli; – rozumie pojęcie objętości bryły; – umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów; – umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów; – umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca); – potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej.		
---	--	--